

Exercices régression quantile

September 22, 2023

Exercice 1:

1. Rappeler (ou recalculer) la fonction de répartition d'une variable aléatoire X suivant une loi uniforme sur un intervalle $[a, b]$
2. Exprimer $q_\tau(X)$ en fonction de a et b .

Exercice 2:

Sur **R**:

1. Sur le jeu de donnée `mtcars`, appliquer une régression médiane sur les variables `mpg` fonction de `wt`. Comparer à la régression linéaire.
2. Ajouter deux ou trois outliers aux données, puis comparer de manière critique.
3. Réaliser la régression quantile pour $\tau \in \{0.05, 0.25, 0.5, 0.75, 0.95\}$.
4. Quantifier pour chacune des précédentes régressions la proportion de point en dehors des intervalles de quantiles $[0.05; 0.95]$, $[0.25, 0.75]$. Est ce cohérent?

Exercice 3:

1. Chercher la fonction `lpqr` du package `quantreg` (de R). Que fait elle?
2. Charger les données `mcycle` du package `MASS`.
3. Appliquer une régression polynomiale et l'afficher avec son intervalle de prédiction.
4. Appliquer une régression quantile localement polynomiale à ces données, et comparer avec une régression quantile linéaire.

Exercice 4:

Cet exercice sera sur Python.

1. Créer les fonctions suivantes:

$$f(t) = \cos(t) + \varepsilon, \quad \varepsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$$

et

$$h(t) = \cos(t) + (1 - \cos(t))\varepsilon, \quad \varepsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$$

Quels types de comportement représentent ces deux fonctions?

2. Générer un ensemble d'entraînement (old data).
3. En utilisant la fonction `PolynomialFeatures` de `sklearn`, créer une régression quantile polynomiale.
4. Evaluer la qualité de cette régression quantile en la testant sur plusieurs set de test (new data). Que constatez vous?